CRT-2001-27

Centre de recherche sur les transports (C.R.T.)
Centre for Research on Transportation

PROBLÈME DE LOCALISATION DES VÉHICULES MÉDECINS

par

Emilie Frot

Août 2001

102-02843/

PUBLICATION
CRT-2001-27

PROBLÈME DE LOCALISATION DES VÉHICULES MÉDECINS

par

Emilie Frot [1]

* Cette recherche a été rendue possible grâce en partie au Conseil de recherches en sciences naturelles et en génie du Canada (CRSNG).

[1] Centre de recherche sur les transports, Université de Montréal, et Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis, Institut des Sciences et Techniques de Valenciennes, Le Mont Houy, 59313, Valenciennes Cedex 9, FRANCE

Dépôt légal – Bibliothèque nationale du Québec
Bibliothèque nationale du Canada, 2001

Ce travail étudie le problème de localisation des véhicules médecins sur l'île de Montréal. Après l'étude de différents modèles de localisation connus, nous donnons un modèle répondant à notre problème. Celui-ci permet de maximiser la probabilité qu'un appel soit couvert et donne la solution correspondante.

Différents tests ont été exécutés et résolus à l'aide du progiciel CPLEX (version 6.6) afin d'étudier les variations entre les positionnements de véhicules et celles entre les valeurs optimales trouvées lors des changements de configuration, et de trouver un nombre de véhicules optimal permettant de répondre au mieux à la demande.

Mots Clés : Problème de localisation, modèles, loi binômiale.

Remerciements

A l'issue de ce mémoire, je tiens à remercier Monsieur Michel Gendreau et Monsieur Frédéric Semet pour m'avoir encadrée.

Je tiens aussi à remercier sincèrement Monsieur Gilbert Laporte d'avoir accepté de juger ce travail.

Mes remerciements vont également à Mademoiselle Geneviève Hernu et Messieurs Cyril Strozyk, Francois Guertin et Serge Bisaillon pour leur aide ainsi qu'à tous les membres du CRT pour leur accueil chaleureux.

Table des matières

Remerciements 2

Table des matières 3

Table des figures 6

Liste des tableaux 7

Introduction 10

Chapitre 1
Le Centre de recherche sur les transports (C.R.T.) 11

1.1 Les Missions 11

1.2 Les laboratoires 12

1.2.1 Le laboratoire sur la sécurité des transports 12

1.2.2 Le laboratoire sur les systèmes intelligents de transports 13

1.2.3 Le laboratoire d'informatique appliquée aux transports 14

1.3 Les activités 14

1.3.1 Les objectifs 14

1.3.2 Les axes et les progammes de recherche 15

Chapitre 2
Contexte et présentation du projet **17**

2.1 La gestion d'une flotte d'ambulances 17

2.2 La gestion d'une flotte de véhicules méde- cins 18

2.2.1 Modèles existants 19

2.2.2 Modèle utilisé 21

Chapitre 3
Résultats et Conclusions **27**

3.1 Première étude 28

3.1.1 Descriptions des tests et résultats 28

3.1.2 Comparaisons des résultats et Conclusions 29

3.2 Deuxième étude 33

3.2.1 Définitions et hypothèses 34

3.2.2 Descriptions des tests et résultats 35

3.2.3 Comparaisons des résultats et Conclusions 36

Conlusion **38**

Annexe1 : Résultats de la première étude et de la première série **39**

Annexe2 : Résultats de la première étude et de la deuxième série **43**

Annexe3 : Résultats de la deuxième étude avec $\lambda = 3$ et $\bar{Z} = 0,25$ **47**

Annexe4 : Résultats de la deuxième étude avec $\lambda = 6$ et $\bar{Z} = 0,1$ **53**

Annexe5 : Résultats de la deuxième étude avec $\lambda = 5$ et $\bar{Z} = 0,2$ **59**

Bibliographie **65**

Table des figures

2.1 Passage de $k+1$ à k véhicules médecins (premier cas) 22

2.2 Passage de $k+1$ à k véhicules médecins (second cas) 23

2.3 Passage de k à $k+1$ véhicules médecins 23

Liste des tableaux

3.1 Définition de Q_k^1 28

3.2 Définition de Q_k^2 29

3.3 Comparaisons sur la localisation des véhicules, sur les probabilités trouvées et sur les temps de calculs pour la première série de résultats. 30

3.4 Nombre de déplacement de véhicules de la première série de résultats 31

3.5 Comparaisons sur la localisation des véhicules et sur les probabilités trouvées pour la seconde série de résultats. 31

3.6 Nombre de déplacement de véhicules de la seconde série de résultats 32

3.7 Comparaison des CPU 32

3.8 Comparaison des valeurs optimales obtenues 36

3.9 Comparaison des temps moyens de réponse obtenus 36

3.10 Comparaison des CPU 37

3.11 Résultats de Cplex avec Q_k^1 et M_k^0 39

3.12 Résultats de Cplex avec Q_k^1 et M_k^1 40

3.13 Résultats de Cplex avec Q_k^1 et M_k^2 41

3.14 Résultats de Cplex avec Q_k^1 et M_k^3 42

3.15 Résultats de Cplex avec Q_k^2 et M_k^0 43

3.16 Résultats de Cplex avec Q_k^2 et M_k^1 44

3.17 Résultats de Cplex avec Q_k^2 et M_k^2 45

3.18 Résultats de Cplex avec Q_k^2 et M_k^3 46

3.19 Résultats de Cplex avec $\lambda = 3$, $\bar{Z} = 0,25$ et $K = 10$ 47

3.20 Résultats de Cplex avec $\lambda = 3$,$\bar{Z} = 0,25$ et $K = 9$ 48

3.21 Résultats de Cplex avec $\lambda = 3$, $\bar{Z} = 0,25$ et $K = 8$ 49

3.22 Résultats de Cplex avec $\lambda = 3$, $\bar{Z} = 0,25$ et $K = 7$ 50

3.23 Résultats de Cplex avec $\lambda = 3$, $\bar{Z} = 0,25$ et $K = 5$ 51

3.24 Résultats de Cplex avec $\lambda = 3$, $\bar{Z} = 0,25$ et $K = 2$ 52

3.25 Résultats de Cplex avec $\lambda = 6$, $\bar{Z} = 0,1$ et $K = 10$ 53

3.26 Résultats de Cplex avec $\lambda = 6$, $\bar{Z} = 0,1$ et $K = 9$ 54

3.27 Résultats de Cplex avec $\lambda = 6$, $\bar{Z} = 0,1$ et $K = 8$ 55

3.28 Résultats de Cplex avec $\lambda = 6$, $\bar{Z} = 0,1$ et $K = 7$ 56

3.29 Résultats de Cplex avec $\lambda = 6$, $\bar{Z} = 0,1$ et $K = 5$ 57

3.30 Résultats de Cplex avec $\lambda = 6$, $\bar{Z} = 0,1$ et $K = 2$ 58

3.31 Résultats de Cplex avec $\lambda = 5$, $\bar{Z} = 0,2$ et $K = 10$ 59

3.32 Résultats de Cplex avec $\lambda = 5$, $\bar{Z} = 0,2$ et $K = 9$ 60

3.33 Résultats de Cplex avec $\lambda = 5$, $\bar{Z} = 0,2$ et $K = 8$ 61

3.34 Résultats de Cplex avec $\lambda = 5$, $\bar{Z} = 0,2$ et $K = 7$ 62

3.35 Résultats de Cplex avec $\lambda = 5$, $\bar{Z} = 0,2$ et $K = 5$ 63

3.36 Résultats de Cplex avec $\lambda = 5$, $\bar{Z} = 0,2$ et $K = 2$ 64

Introduction

Posséder un système préhospitalier d'urgence (SPU) efficace est une ambition légitime de toute communauté. Si les objectifs fondamentaux d'un SPU sont d'ordre médicale, les considérations finacières ne doivent cependant pas être exclues, etant donné leur importance dans le contexte actuel du système de santé. L'opinion publique ne voulant pas voir baisser la qualité du service qui lui est offerte, la gestion d'un SPU doit donc viser à la maintenir à un niveau élevé, voir supérieur, à moindre coût. La poursuite d'un tel objectif nécessite la résolution de nombreux problèmes de décisions pour lesquels la recherche opérationnelle peut fournir une aide appréciable.

Une qualité essentielle d'un SPU est la rapidité d'intervention des véhicules médicaux d'urgences. Certains appels nécessitent l'intervention d'un médecin non présent dans les ambulances. Donc, poster des véhicules de médecins à travers la ville comme peuvent l'être les ambulances est nécessaire. Mon projet consiste à trouver un modèle de positionnement pour les véhicules médecins selon leur nombre et de manière à assurer une couverture optimale de la population tout en limitant les déplacements.

Chapitre 1
Le Centre de recherche sur les transports (C.R.T.)

Toutes les informations qui vont suivre ont été tirées du site Internet dont l'U.R.L. est la suivante : *http ://www.crt.umontreal.ca.*

Le Centre de recherche sur les transports est un centre universitaire situé sur le campus de l'Université de Montréal. Il fut constitué en 1971 par le Conseil de l'Université de Montréal et est devenu, en 1988, un centre conjoint, l'Ecole des Hautes Etudes Commerciales (H.E.C.) et l'Ecole Polytechnique de Montréal étant désormais les deux autres institutions parentes.

1.1 Les Missions

Le domaine d'expertise du C.R.T. est celui des analyses et méthodes quantitatives et informatiques, appliquées à la gestion et à l'exploitation des réseaux de transports urbains, régionaux, interurbains et internationaux, pour les passagers comme pour les marchandises. Il comprend également l'analyse de l'environnement (économique, réglementaire, etc.) et politiques (gouvernementales, industrielles, etc.) qui les affectent.

Le Centre se consacre plus particulièrement à la conception et au développement de méthodes d'évaluation, d'analyse, de simulation et d'optimisation rendus nécessaires par la complexité des problèmes rencontrés en pratique. Son but est de rendre plus efficace et de meilleur qualité le processus d'analyse

et de prise de décision qu'impliquent la planification et la gestion des systèmes de transport ainsi que leur réglementation et leur sécurité.

La mission du C.R.T. s'articule autour des trois grands objectifs complémentaire suivants :

- La recherche-développement, c'est à dire la réalisation de projets et de travaux de recherche théorique et appliquée, ainsi que d'activités de développement et de démonstration dans son domaine de compétence, englobant toutes les disciplines scientifiques et les techniques pertinentes à ce domaine.

- La formation de spécialistes en transport et dans les disciplines concernées, par la direction et l'encadrement d'étudiants de $2^{ème}$ et $3^{ème}$ cycles (et à l'occation, 1^{er} cycle), ainsi que de chercheurs post-doctoraux et d'agents de recherche.

- Le transfert scientifique et technologique de l'université vers l'industrie et les organismes publics, c'est à dire le transfert de connaissances et de techniques spécialisées auprès des entreprises, agences gouvernementales et autres organismes œuvrant dans le domaine du transport ou reliés par certaines avtivités à ce domaine.

1.2 Les laboratoires

1.2.1 Le laboratoire sur la sécurité des transports

Constitué en avril 1988, grâce à une subvention du ministère des Transports du Québec, le laboratoire sur la sécurité des transports regroupe l'ensemble des chercheurs du C.R.T. intéressés à l'analyse des phénomènes humains, socio-économiques et physiques en matière de sécurité des transports. Ils sont aussi intéressés par l'évaluation et la détermination des conditions ou des mesures susceptibles de réduire le nombre d'accidents, leur gravité et leur côut social.

Les activités de recherche réalisées dans le cadre du laboratoire montrent la grande collaboration interdisciplinaire et l'intégration des chercheurs appartenant à différentes disciplines, telles que l'épidémiologie, la santé publique, la statistique, le génie, la médecine, la psychologie, l'économie, la démographie et la géographie. La plupart des travaux de recherche réalisés ont trait au transport routier, responsable de 92% des décés associés au transport au Canada et de 98% au Québec en 1993. D'autres recherches ont été également réalisées dans le domaine de la sécurité aérienne.

L'équipe du laboratoire entretient aussi des liens étroits et continus avec le secteur privé, comme les compagnies d'assurance et les transports routiers, avec divers organismes comme l'association québécoise de transport et des routes, et avec le réseau gouvernemental-société de l'assurance automobile du Québec, le ministère des Transports du Québec, Transport Canada, et les institutions internationales comme l'organisation mondiale de la santé.

1.2.2 Le laboratoire sur les systèmes intelligents de transports

Depuis quelques années, d'importants progammes de recherche et de développement ont été lancés aux États-Unis, en Europe et au Japon dans le but de concevoir et de développer des systèmes intégrés (matériel et logiciel) connus autrefois sous le nom d'IVHS ou Intelligent Vehicle Highway Systems et aujourd'hui, sous celui d'ITS ou Intelligent Transportation Systems. Ces systèmes visent à intégrer des composantes technologiques provenant de divers secteurs industriels tels que l'informatique et le calcul scientifique, les microprocesseurs, les télécommunications, l'automatique et l'électronique. Le but de ces systèmes est de réduire la congestion routière et les impacts de la pollution atmosphérique et sonore, d'améliorer la mobilité, d'augmenter la productivité des véhicules de transport en commun et des flottes de véhicules commerciaux et d'améliorer la sécurité routière.

1.2.3 Le laboratoire d'informatique appliquée aux transports

Le cadre informatique des travaux de recherche du C.R.T. a été pendant longtemps celui des gros ordinateurs. Depuis 1984, il est devenu progressivement celui des micros et mini-ordinateurs, des postes de travail autonomes, des ordinateurs parallèles et des équipements spécialisés, tous intégrés au laboratoire d'informatique appliquée aux transports. Les principales activités de recherche que ce laboratoire supporte comprennent :

- la conception et le développement de méthodes conviviales interactives-graphiques spécialement adaptées à la complexité et au traitement des dimensions espace-temps des problèmes de planifications et de gestion en transport,
- la mise au point et l'expérimentation d'algorithmes efficaces,
- la parallélisation des méthodes de résolution,
- la gestion et l'exploitation de grandes banques de données.

L'utilisation de telles ressources et techniques constitue un atout indispensable pour rendre accéssibles et conviviales les méthodes d'analyse et de prise de décisions les plus sophistiquées, ainsi que pour assurer leur transfert à l'extérieur de l'université sous forme de logiciels spécialisés.

1.3 Les activités

1.3.1 Les objectifs

Les objectifs de recherche du C.R.T. visent, d'abord et avant tout, l'avancement des connaissances et des technologies en transport, conjugués à la volonté de confronter les produits de sa recherche à des situations réelles. Ces objectifs se traduisent par la réalisation de projets de recherche et de

développement, fondamentaux et appliqués, pertinents et de qualité, ainsi que par la formation de chercheurs et de spécialistes de haut niveau susceptibles de s'intégrer ensuite dans diverses institutions, organismes et entreprises. Ils se traduisent aussi par l'opportunité offerte à ces entreprises d'acquérir de nouvelles approches et méthodes de travail, ainsi que de nouveaux instruments qui leur permettront de faciliter la formulation de leur problèmes, de rationaliser leurs stratégies ou encore de rendre leurs opérations plus efficaces et plus productives.

La programmation scientifique du C.R.T. représente l'expression détaillée de ces objectifs. Elle regroupe, sous différents axes de recherche, tous les projets qui seront réalisés ou entrepris au cours des prochaines années. Selon la phase dans laquelle ils se trouvent, ces projets seront orientés vers la recherche fondamentale, la recherche appliquée ou encore vers le développement de "prototypes". Toutefois, ils visent tous à rendre plus efficace et de meilleure qualité le processus d'analyse et de prise de décisions dans le domaine de la planification et de l'exploitation des réseaux de transport.

1.3.2 Les axes et les progammes de recherche

En tenant compte des voies stratégiques établies et des objectifs de recherche, la programmation scientifique 2000 s'articule autour de cinq axes de recherches.

Planification des systèmes de transport Cet axe couvre les projets de recherche visant à améliorer la qualité, l'efficacité, la facilité d'utilisation et la validité de différentes techniques d'analyse et de planification des réseaux de transport de personnes et de marchandises en milieu urbain, régional ou international.
Voici quelques exemples de transferts technologiques réalisés par le C.R.T. au cours des dernières années : *MADITUC, EMME/2, STAN, SIMNAV, JET-SET.*

Exploitation des réseaux de transport Cet axe porte sur le développement de techniques d'élaboration de tournées et d'horaires et de tech-

niques de répartition appliquées à la gestion des réseaux exploités par des compagnies de transport de passagers ou de marchandises.
TRANSCOL, TRANSPOST/ROUTEGRAPH, GEOROUTE, ALTO, GENIUS & TABUROUTE, HASTUS sont des exemples de transferts technologiques conçus par le C.R.T.

Économie et politiques de transport Cet axe touche les problèmes ayant trait aux coûts, à la demande, au marché, aux tarifs, à la productivité, à la performance et à la réglementation en matière de transport. Il couvre l'étude des problèmes méthodologiques, l'étude du comportement des marchés, la gestion des risques ainsi que l'étude de la demande de transport et du cadre institutionnel déterminant l'offre de transport.
Les transferts technologiques *DEMTEC* et *TRIO* sont des exemples ayant été réalisés par le C.R.T.

Sécurité des transports Cet axe de recherche touche l'analyse des phénomènes humains, socio-économiques et physiques en matière de transport, ainsi que l'évaluation et la détermination des conditions ou des mesures susceptibles de réduire le nombre d'accidents, leur gravité et leur coût.
Des exemples de transferts technologiques conçus par le C.R.T. sont *DRAG, un SIMULATEUR DE CONDUITE, les RETOMBÉES PRATIQUES*

Planification de l'entretien des infrastructures routières Cet axe vise la conception et le développement de systèmes informatisés d'aide à l'analyse et à la prise de décision dans le domaine de la planification et de la gestion des interventions de réhabilitation et d'entretient des réseaux routiers et autres infrastructures. *DYNEVAL* et *SUPERR* sont deux exemples de transferts technologiques réalisés par le C.R.T.

Chapitre 2
Contexte et présentation du projet

Le projet consiste à résoudre le problème de localisation des véhicules médecins, sur l'île de Montréal, visant à offrir un modèle de placement de ceux-ci selon leur nombre et la répartition de la demande.

Ce projet est à réaliser en collaboration avec *Urgences santé*, le système SPU de l'île de Montréal. Cela permet de fournir un lieu empirique et un milieu d'expérimentation à ce projet, favorisant la validité et la pertinence des développements théoriques. *Urgences santé* dispose de deux types de véhicules :

- Ambulances standards avec deux techniciens ambulanciers (intervention clinique de base)
- Véhicules médicaux avec un médecin et un technicien (intervention de réanimation avancés et constat de décès)

Deux problèmes se posent alors : la gestion d'une flotte d'ambulances et celle des véhicules médecins.

2.1 La gestion d'une flotte d'ambulances

Le problème de gestion d'une flotte d'ambulances a déjà été traitée antérieurement. Celui ci se concentrait à résoudre des problèmes de localisation,

d'affectation et de repositionnement[5].

Le problème de localisation des ambulances vise à fournir une couverture adéquate, de manière à ce qu'un pourcentage donné de la population soit accessible en un temps fixée selon la gravité de la situation. Deux rayons r_1 et r_2 ont été utilisés ($r_1 < r_2$) : toute la demande doit être couverte en un temps r_2 et une proportion α de la demande doit également être couverte en un temps r_1.
A Montréal, les paramètres désirés par *Urgences Santé* sont : $r_1 = 7mn$, $r_2 = 15mn$ et $\alpha = 0,9$.
Le modèle utilisé est plus simple que d'autres proposés dans la littérature car on ne tient compte uniquement que de la répartition de la population et non de paramètres probabilistes difficiles à évaluer dans la réalité. La méthode est ainsi rapide et robuste.
Un algorithme basé sur la méthode tabou est utilisé pour résoudre le problème.

Le problème dynamique de repositionnement se ramène facilement au problème de localisation avec une ambulance de moins après chaque affectation. Pour obtenir un redéploiement de la flotte instantanément après un appel, on effectue des prévisions, car cette algorithme n'est pas assez rapide pour résoudre aussitôt le nouveau problème de localisation. Le principe est de calculer à l'avance, pour toute ambulance, quelle serait la meilleure politique à adopter si cette ambulance était retirée (intervention sur un appel). Ces calculs de prévisions sont faits en parallèle sur un nombre configurable d'ordinateurs ou serveurs.

2.2 La gestion d'une flotte de véhicules médecins

Actuellement, le nombre de véhicules médecins est de trois durant la journée, deux le soir et un la nuit. Les sites d'attente sont aux nombres de trois. Les médecins entendent les appels et s'auto-affectent. Nous allons tenter de prévoir le meilleur positionnement des véhicules médecins suivant leur nombre et la répartition de la demande. Afin d'élargir le problème, nous utiliserons les mêmes sites d'attente que ceux utilisés par les ambulances

et nous supposerons que le nombre de véhicules médecins pourra atteindre la valeur de dix. Le problème ainsi décrit revient donc à un problème de localisation.

Quelques modèles permettent de résoudre ce problème, en voici les descriptions.

2.2.1 Modèles existants

Le modèle de localisation de véhicules est défini dans un graphe. L'ensemble des points de demande est dénoté par V et l'ensemble des sites potentiels d'attente des véhicules est dénoté par W. Le temps de trajet le plus court, t_{ij}, du sommet i au sommet j du graphe est connu. Comme il est commun dans la théorie de la localisation, assigner des demandes à un ensemble discret peut être réalisé par un processus d'agrégation qui a inévitablement comme conséquence une perte d'exactitude. On a proposé de diverses techniques pour mesurer et contrôler la limite d'erreur (Francis, Lowe et Tamir, 2000). Un point de demande $i \in V$ est dit couvert par le site $j \in W$ si et seulement si $t_{ij} \leq r$, où r est un rayon de couverture standard. Soit $W_i = \{j \in W : t_{ij} \leq r\}$, l'ensemble des sites recouvrant la demande au point i.

Dans *the Location Set Covering Model* (LSCM) introduit par Togeras, ReVelle, Swain et Bergman (1971), le but est de minimiser le nombre de véhicules nécessaires pour couvrir toute la demande. On utilise une variable binaire x_j egale à 1 si et seulement si un véhicule est positionné au sommet j :

$$\text{(LSCM)} \quad \min \quad \sum_{j \in W} x_j \tag{2.1}$$

$$\text{sujet à} \quad \sum_{j \in W_i} x_j \geq 1 \quad (i \in V) \tag{2.2}$$

$$x_j \in \{0,1\} \quad (j \in W) \tag{2.3}$$

Ce modèle ignore plusieurs aspects du problème réel, le plus important

étant probablement qu'une fois qu'un véhicule est acheminé, quelques points de demande ne sont plus couverts. Le modèle suppose également qu'au plus $|W|$ ambulances sont disponibles, ce qui n'est pas toujours le cas dans la pratique. Il fournit, cependant, une limite inférieure sur le nombre de véhicules exigés pour assurer la pleine couverture.

Une approche alternative proposée pour parer certaines des imperfections du LSCM est de maximiser la couverture de population sujet à la disponibilité limitée des véhicules. Dans *the Maximal Covering Location Problem* (MCLP) originairement proposé par Church and Revelle (1974), d_i dénote la demande du sommet i, et p est le nombre de véhicules disponibles. La variable binaire y_i est égale à 1 si et seulement si le sommet i est couvert par au moins un véhicule. Le modèle est alors :

$$\text{(MCLP)} \quad \max \quad \sum_{i \in V} d_i y_i \tag{2.4}$$

$$\text{sujet à} \quad \sum_{j \in W_i} x_j \geq y_i \quad (i \in V) \tag{2.5}$$

$$\sum_{j \in W} x_j = p \tag{2.6}$$

$$x_j \in \{0,1\} \quad (j \in W) \tag{2.7}$$

$$y_i \in \{0,1\} \quad (i \in V) \tag{2.8}$$

Chacun des deux modèles LCSM et MCLP résout de manière différente le problème. Le premier peut être utilisé comme un outil de planification pour aider à determiner le bon nombre de véhicules pour la couverture souhaitée, alors que le second essaie de faire la meilleure utilisation des ressources limitées disponibles.Une approche intelligente est de résoudre à plusieurs reprises MCLP en augmentant des valeurs de p jusqu'à ce que toute la demande soit couverte. Un arbitrage entre le coût et la couverture peut être alors faite.

2.2.2 Modèle utilisé

Élaboration

Dans la suite, nous parlerons de changement de configuration lorsque nous passons de k à $k+1$ ou de k à $k-1$ véhicules médecins.

Le modèle que nous devons réalisés devra maximiser la probabilité qu'un appel soit couvert tout en réduisant les repositionnements de véhicules lors d'un changement de configuration.

Devant résoudre le problème de localisation pour chaque configuration, le modèle sera inspiré des deux modèles décrits dans la partie précédente. Étant donné que nous voulons représenter les meilleurs placements des véhicules médecins, selon leur nombre, tout en garantissant la couverture maximale des appels, nous avons donc dû faire apparaître la variation du nombre de véhicules. Pour cela, un indice a été ajouté à chacune des variables, ceci permettant l'identification des variables selon le nombre de véhicules. Nous obtiendrons alors un modèle possèdant des contraintes faisant référence aux mêmes sites et aux mêmes points de demande et se différenciant les unes des autres par la valeur de l'indice k qui varie. Nous devons également chercher la meilleure façon de représenter les mouvements de véhicules médecins lors d'un changement de configuration et de limiter ceux-ci. Pour cela, analysons les différents cas possibles lors d'un changement de configuration.

Posons :

S_k = l'ensemble des sites utilisés dans la configuration à k véhicules médecins

S_{k+1} = l'ensemble des sites utilisés dans la configuration à $k+1$ véhicules médecins

α_k = constante dépendante de k représentant le nombre minimal de sites communs entre les configurations à k et $k+1$ véhicules médecins.

$|S_k \cap S_{k+1}| \geq \alpha_k$

Bornons le nombre de sites présents dans S_{k+1} et pas dans S_k :

$$\begin{aligned} |S_{k+1} \setminus S_k| &= |S_{k+1} \setminus (S_{k+1} \cap S_k)| \\ &= |S_{k+1}| - |S_{k+1} \cap S_k| \\ &\leq (k+1) - \alpha_k \end{aligned}$$

Bornons le nombre de sites présents dans S_k et pas dans S_{k+1} :

$$\begin{aligned} |S_k \setminus S_{k+1}| &= |S_k \setminus (S_{k+1} \cap S_k)| \\ &= |S_k| - |S_{k+1} \cap S_k| \\ &\leq k - \alpha_k \end{aligned}$$

Nous remarquons que les ensembles étudiés ci-dessus ont leurs bornes qui différent d'une seule unité. Voyons donc plus précisément les différents cas produit par les changements de configuration.

Lors du passage de $k+1$ à k véhicules nous pouvons observer deux cas :

– Premier cas :

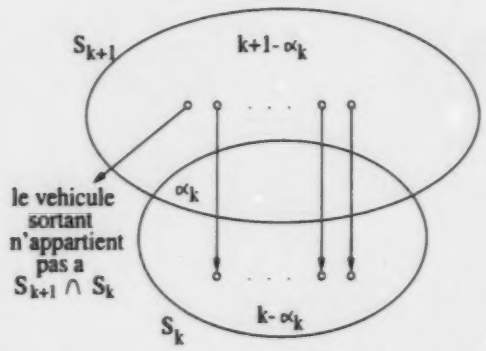

FIG. 2.1 – Passage de $k+1$ à k véhicules médecins (premier cas)

– Second cas :

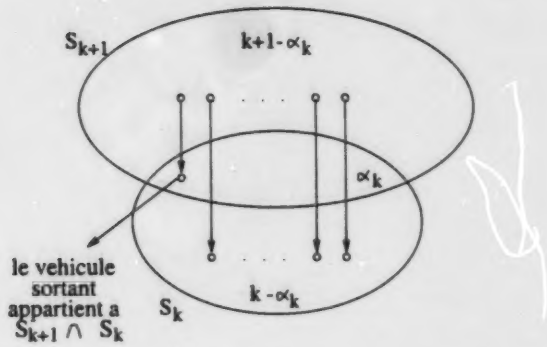

FIG. 2.2 – Passage de $k+1$ à k véhicules médecins (second cas)

Lors du passage de k à $k+1$ véhicules nous observons qu'un seul cas, decrit ci-dessous :

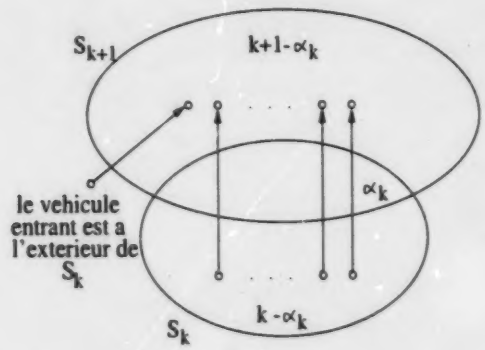

FIG. 2.3 – Passage de k à $k+1$ véhicules médecins

La variation d'une unité entre les ensembles $S_{k+1} \setminus S_k$ et $S_k \setminus S_{k+1}$ est simplement dû au retrait ou à l'ajout d'un véhicule lors d'un changement de configuration, l'intersection $S_{k+1} \cap S_k$ garde le même nombre d'éléments que l'on passe de la configuration k à $k+1$ ou de $k+1$ à k véhicules médecins.

Nous utiliserons donc deux contraintes afin d'exprimer le changement de configuration :

- une contrainte permettant d'exprimer le mouvement des véhicules médecins.
- une contrainte limitant le nombre de déplacements.

Description

Comme nous l'avons indiqué précédemment, notre problème vise à déterminer les emplacements les plus judicieux suivant le nombre de véhicules et la répartition de la demande de telle sorte qu'ils couvriront aux mieux les appels, tout en limitant le nombre de déplacements des véhicules lors des changements de configuration. On définira donc un paramètre M_k représentant le nombre maximum de véhicules qu'il sera possible de déplacer lors d'un changement de configuration.

Ce modèle résout le problème de la couverture simple où l'objectif est de maximiser la probabilité qu'une demande soit couverte. Nous avons pu établir un nombre moyen d'appels enregistrés pour chaque point de demande, nous pouvons donc dire, que sous certaines hypothèses, la probabilié que le prochain appel vienne de la zone i sera donc calculé en divisant le nombre d'appel en i par le nombre total des appels. Le problème revient alors à maximiser la somme des probabilités d'appels pour les zones couvertes.

Le problème est défini sur un graphe $G = (V \cup W, E)$ où $V = \{v_1, .., v_n\}$ et $W = \{v_{n+1}, .., v_{n+m}\}$ sont deux ensembles représentant respectivement les points de demande (de 1 à n) et les sites d'attentes potentiels (m sites), et $E = \{(v_i, v_j) : i < j, v_i, v_j \in V \cup W\}$ est un ensemble d'arêtes. A chaque arête (v_i, v_j) est associée un temps de trajet t_{ij}. La demande au point $v_i \in V$ est égal à d_i.

Un point de demande $i \in V$ est dit couvert par un site $j \in W$ si et seulement si $t_{ij} \leq r$ où r est un rayon de couverture standard (dans notre cas $r = 8mn$). L'ensemble des sites recouvrant la demande i sera représenté par $W_i = \{j \in W : t_{ij} \leq r\}$.
Le nombre de véhicules médecins actuel étant restreint, nous considérons que celui-ci prendra des valeurs comprises entre 1 et K (K étant une constante

ne pouvant pas prendre de grande valeur).

Les différentes variables et données seront définies de la manière suivante :

k = nombre de véhicules médecins disponible

d_i = probabilité d'avoir une demande au point d'attente i

q_k = probabilité d'être dans une configuration à k véhicules

M_k = nombre maximum de déplacements de véhicules dans une configuration à n véhicules

$$x_{jk} = \begin{cases} 1 & \text{si un véhicule médecin est au site } j \text{ dans la configuration à } k \text{ véhicules} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

$$y_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{si le sommet } i \text{ est couvert lorsque l'on est dans la configuration à } k \text{ véhicules} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

$$z_{jk} = \begin{cases} 1 & \text{si la configuration passe de } k \text{ à } k+1 \text{ véhicules et que le véhicule en } j \text{ se déplace} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

La fonction objective est définie de la manière suivante :

$$\max \sum_{k=1}^{K} \sum_{i \in V} d_i y_{ik} q_k \tag{2.9}$$

sujet à

$$\sum_{j \in W_i} x_{jn} \geq y_{in} \quad (i \in V, k = 1..K) \tag{2.10}$$

$$\sum_{j \in W} x_{jk} = k \quad (k = 1..K) \tag{2.11}$$

$$x_{jk} - x_{j(k+1)} \leq z_{jk} \quad (j \in W, k = 1..K-1) \tag{2.12}$$

$$\sum_{j \in W} z_{jk} \leq M_k \quad (k = 1..K) \tag{2.13}$$

$$x_{jk} \in \{0,1\} \quad (j \in W) \tag{2.14}$$

$$y_{ik} \in \{0,1\} \quad (i \in V) \tag{2.15}$$

$$z_{jk} \in \{0,1\} \quad (j \in W) \tag{2.16}$$

Dans ce modèle, la contrainte (2.10) exprime la couverture d'un point de demande i. La contrainte (2.11) limite le nombre de véhicules disponible à k sur chaque site. Les contraintes (2.12) et (2.13) prises ensemble, expriment le mouvement des véhicules et limitent ainsi le nombre de déplacements lors d'un changement de configuration. Les contraintes (2.14), (2.15) et (2.16) assurent que les variables x_{jk}, y_{ik} et z_{jk} seront de type binaire.

Réalisation

Les différents calculs permettant de déterminer le meilleur placement des véhicules médecins ont été réalisés à l'aide du progiciel Cplex 6.6. Nous avons donc créer plusieurs fichiers permettant de construire les différents vecteurs requis pour l'utilisation de Cplex. Voici ci-dessous l'énumération des fichiers utilisés ainsi que leur description :

- le fichier *fonctions.h* : Il regoupe toutes les fonctions et procédures permettant de remplir les différents vecteurs utiles pour Cplex.

- le fichier *calcul.h* : Il regroupe les fonctions permettant d'effectuer le calcul des distances euclidiennes et le temps de parcours (en minutes et en secondes) entre les sites et les zones.

- le fichier *res_cplex.h* : Il permet l'exécution dans Cplex.

- le fichier *sol_avec_Cplex.cc* : Il est le programme principal et permet de lancer la résolution du problème.

Les tests que nous lancerons porteront essentiellement sur la variation du nombre de véhicules qu'il sera permis de déplacer. Pour plus de généralité, nous ferons également varier les valeurs de q_k.

Chapitre 3
Résultats et Conclusions

Nos tests vont être réalisés à l'aide des données concernant l'île de Montréal. Les valeurs $|V|$ et $|W|$, correspondant respectivement au nombre de points de demande et à celui de sites de positionnement, sont respectivement égales à 3049 et 64. Les sites de positionnement seront donc numérotés de 1 à 64 lors de l'affichage des divers résultats nous garderons cette numérotation afin d'identifier les sites.

Nous avons effectué deux séries de tests :

- La première étude a été réalisée en considérant les hypothèses suivantes :
  - la variable K est fixe et égale à dix,
  - les valeurs de q_k sont déterminées aléatoirement.

  Nous effectuerons les tests en faisant varier le nombre de déplacements autorisé lors d'un changement de configuration afin d'observer les différences entre les positionnements de véhicules ainsi que celles entre les valeurs optimales trouvées,

- La seconde étude a consisté à résoudre le même problème en faisant varier la valeur de K et en définissant les valeurs de q_k selon une loi binômiale. Cette étude vise à trouver la meilleure valeur de K.

3.1 Première étude

Nous avons lancé six tests qui peuvent se réunir en deux groupes. Ceux-ci se différencient par les valeurs de q_k. Nous faisons ensuite varier le nombre maximal de déplacement de véhicules de quatre manières différentes M_k^0, M_k^1, M_k^2 et M_k^3, la description de ces quatre variations est décrite ci-dessous :

- M_k^0 : Le nombre de déplacements autorisés de véhicules est égal à zéro quelque soit la valeur de k,
- M_k^1 : Le nombre maximun de véhicules qu'il est possible de déplacer est de 1 quelque soit la configuration dans laquelle nous nous trouvons,
- M_k^2 : le nombre maximum de véhicules qu'il est possible de déplacer, lorsque l'on se trouve dans une configuration à k véhicules, est de k,
- M_k^3 : le nombre maximun de véhicules qu'il est possible de déplacer, lorsque l'on se trouve dans une configuration à k véhicules, est de $\lceil k/2 \rceil$.

Par la suite nous utiliserons M_k^0, M_k^1, M_k^2 et M_k^3 pour désigner dans quel cas de figure nous nous trouvons.

3.1.1 Descriptions des tests et résultats

Première série de résultats

Soit Q_k^1 l'ensemble des probabilités q_k définit de la manière suivante :

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q_k	0,19	0,12	0,14	0,13	0,11	0,05	0,07	0,09	0,06	0,04

TAB. 3.1 – Définition de Q_k^1

Les différents resultats obtenus selon les cas M_k^0, M_k^1, M_k^2 et M_k^3 sont fournis en annexe 1.

Seconde série de résultats

Soit Q_k^2 l'ensemble des probabilités q_k définit de la manière suivante : (tableau 3.2)

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q_k	0,15	0,06	0,18	0,05	0,14	0,12	0,06	0,10	0,05	0,09

TAB. 3.2 – Définition de Q_k^2

Les différents resultats obtenus selon les cas M_k^0, M_k^1, M_k^2 et M_k^3 sont fournis en annexe 2.

Remarque

Nous remarquons, à l'aide des tableaux 3.12 à 3.14 et 3.16 à 3.18, que les sites occupés restent généralement constants des configurations de six à dix véhicules médecins quelles que soient les valeurs de q_k et de M_k.

Nous pouvons observer à l'aide des tableaux 3.13, 3.16 et 3.17 qu'un véhicule peut occuper un même site durant plusieurs configurations successives. De plus, ce véhicule n'est affecté qu'à un seul autre site lors d'autres configurations successives, puis il peut être réaffecté au site initial.

3.1.2 Comparaisons des résultats et Conclusions

Comparaisons de la première série de résultats

- Comparaisons sur les sites choisis pour le placement des véhicules médecins entre chaque résultat (la valeur du tableau correspond au nombre de sites choisis différents), ainsi que sur le taux de couverture trouvées et sur le temps CPU écoulé lors des calculs (les valeurs correspondent à l'écart du premier résultat par rapport au deuxième). (tableau 3.3)

k	$M_k^0 \setminus M_k^1$	$M_k^0 \setminus M_k^2$	$M_k^0 \setminus M_k^3$	$M_k^1 \setminus M_k^2$	$M_k^1 \setminus M_k^3$	$M_k^2 \setminus M_k^3$
1	0	0	0	0	0	0
2	2	2	2	0	0	0
3	3	3	3	0	0	0
4	4	4	3	0	1	1
5	3	4	3	4	3	4
6	3	3	2	2	2	1
7	4	4	4	2	2	0
8	5	5	5	1	1	0
9	6	6	6	1	1	0
10	6	6	6	1	1	0
probabilités	- 0,011976	- 0,014669	0,014348	- 0,002693	- 0,002372	0,000321
temps CPU	- 56845,77	67552,35	46109,09	124398,12	102954,86	- 21443,26

TAB. 3.3 – Comparaisons sur la localisation des véhicules, sur les probabilités trouvées et sur les temps de calculs pour la première série de résultats.

- Comparaisons sur le nombre de véhicules qui se déplace lors d'un changement de configuration k vers $k+1$ pour chacun des résultats obtenus. (tableau 3.4)

Comparaisons de la seconde série de résultats

- Comparaisons sur les sites choisis pour le placement des véhicules médecins entre chaque résultat (la valeur du tableau correspond au nombre de sites choisis différents), ainsi que sur le taux de couverture trouvées (la valeur correspond à l'écart du premier résultat par rapport au deuxième). (tableau 3.5)

- Comparaisons sur le nombre de véhicules qui se déplace lors d'un changement de configuration k vers $k+1$ pour chacun des résultats obtenus. (tableau 3.6)

k	M_k^1	M_k^2	M_k^3
1	1	1	1
2	1	1	1
3	1	1	1
4	1	4	2
5	1	0	3
6	1	0	1
7	1	1	1
8	1	2	2
9	1	1	1
10	– – –	– – –	– – –
somme	9	11	13

TAB. 3.4 – Nombre de déplacement de véhicules de la première série de résultats

k	$M_k^0 \setminus M_k^1$	$M_k^0 \setminus M_k^2$	$M_k^0 \setminus M_k^3$	$M_k^1 \setminus M_k^2$	$M_k^1 \setminus M_k^3$	$M_k^2 \setminus M_k^3$
1	0	0	0	0	0	0
2	2	2	2	0	0	0
3	3	3	3	0	0	0
4	3	4	3	2	1	1
5	3	3	2	1	4	4
6	3	3	2	0	1	1
7	4	4	4	0	0	0
8	5	5	5	0	1	1
9	6	6	6	1	1	0
10	6	6	6	1	1	1
probabilités	- 0,009840	- 0,013923	- 0,013572	- 0,004083	- 0,003732	0,000351
temps CPU	- 172997,03	74827,69	63190,16	247814,72	236177,19	11637,53

TAB. 3.5 – Comparaisons sur la localisation des véhicules et sur les probabilités trouvées pour la seconde série de résultats.

k	M_k^1	M_k^2	M_k^3
1	1	1	1
2	1	1	1
3	1	1	1
4	1	4	2
5	1	0	3
6	0	0	1
7	1	1	1
8	0	1	0
9	0	1	0
10	- - -	- - -	- - -
somme	6	10	10

TAB. 3.6 – Nombre de déplacement de véhicules de la seconde série de résultats

Conclusions

Concernant les tableaux 3.5 et 3.6, ceux-ci nous indique que le nombre maximal de déplacements autorisés est rarement atteint quelles que soient les valeurs de q_k et de M_k. Nous pouvons également remarquer grâce aux tableaux 3.3 et 3.4 que les probabilités pour Q_k^1 ou Q_k^2 varient très peu quelle que soit la variation de M_k, de plus le nombre de déplacements de véhicules médecins est toujours minimal pour le cas M_k^1.

Faisons une analyse des différents temps CPU obtenus :

	M_k^0	M_k^1	M_k^2	M_k^3
Q_k^1	72676,57	129522,34	5124,22	26567,48
Q_k^2	79937,25	252924,28	5109,56	16747,09

TAB. 3.7 – Comparaison des CPU

Lorsque l'on se trouve dans le cas M_k^2 le CPU obtenu pour l'obtention des résultats est minimal. Cela s'explique du fait que ce choix permet d'écrire un modèle équivalent plus simple, nous avons par conséquent plus de liens entre les k, les variables x_{ik} ne sont plus liées pour les valeurs de k, on résout alors K problèmes simples.

Concernant le cas M_K^3, celui-ci a une valeur de CPU qui se place en deuxième position par ordre croissant. En effet pour chaque valeur k, les contraintes de limitation de déplacements sont moins importantes, ceci implique que le problème se comporte presque comme un problème qui se décompose. (certaines parties du problème n'ont pas d'intéractions les unes avec les autres). Pour le cas M_k^0, il y a une forte intéraction entre k figures mais on fixe les solutions. On fixe une solution de base et on regarde l'enchainemnt d'un retrait ou d'un ajout. C'est pour cela que ce cas de figure possède un CPU moins élevé que celui du cas de figure M_K^1.
Celui-ci a le plus mauvais temps de résolution. En effet beaucoup d'intéractions entre les différents sénarios peuvent exister. (il y a plus de possibilités concernant les choix et donc plus de solutions réalisables).

Limiter les déplacements de véhicules au nombre un, quelque soit la configuration dans laquelle on se trouve, est donc une solution convenable. En effet elle limite au maximum les déplacements de véhicules sans pour autant diminuer fortement la couverture de la population.

Nous pouvons également ajouter qu'autoriser le déplacament maximum de véhicules n'augmente pas de beaucoup les déplacements réels et permet d'obtenir une meilleure couverture de la population avec un temps de calcul minime par rapport aux trois autres cas. Ce cas permet également de fournir les meilleurs nombres de déplacements de véhicules autorisés pour chaque k.

Le cas M_k^0 est un cas intéressant car les solutions sont fixées. Nous utiliserons alors ce cas de figure lors de la deuxième étude.

3.2 Deuxième étude

Afin de se rapprocher du cas réel, nous allons déterminer les constantes q_k en respectant une loi binômiale définie dans la partie suivante.

3.2.1 Définitions et hypothèses

Il n'y a pas de perte d'appels.
Chaque appel venant de la zone i possède une charge de travail Z_i.
Soient λ le nombre d'appels par heure, et β le temps perdu en pause, en changement d'équipe, etc, on a alors :

$$\begin{aligned} \text{Charge de travail} &= \sum_{i \in V} Z_i \\ \text{Durée du traitement moyen} &= \bar{Z} \quad \text{(en heures)} \\ \text{Charge horaire} &= \lambda \bar{Z} \quad > K \end{aligned}$$

Disponibilité totale net par heure : (s'il y a K véhicules)

$$\text{Disponibilité} = K - \lambda \bar{Z} - \beta$$

Proportion du temps où un véhicule est disponible :(s'il y a K véhicules)

$$\begin{aligned} p^K &= \frac{K - \lambda \bar{Z} - \beta}{K} \\ p^K &= 1 - \frac{\lambda \bar{Z} + \beta}{K} \end{aligned}$$

Ici, on suppose que le traitement de chaque appel est indépendant de k ce qui est faux en pratique car plus il y a de véhicules, moins le temps de déplacement est long.

Les constantes q_k ou plutôt q_k^K, représentant la probabilité d'avoir k véhicules libre étant donné K véhicules au total suivront la loi binômiale (K, p^K) :

$$q_k^K(p^K) = \frac{K!}{k!(K-k)!}(p^K)^k(1-p^K)^{K-k}$$

Nous allons donc effectuer différents tests faisant varier la charge horaire et le nombre de véhicules maximum. Notre but est de trouvé un K^*. Nous chercherons également à faire une évaluation du temps moyen de réponse pour la configuration (si on a K véhicules).

on définit alors :

$t_i^{\bar{k}K}$ = temps minimum de déplacement entre un site occupé et la zone i dans la configuration à k véhicules sachant que k peut atteindre au maximum la valeur K

$t^{\bar{k}K}$ = temps moyen de réponse pour la configuration k lorsque le nombre maximal de véhicules peut atteindre la valeur K

$$= \sum_{i \in V} d_i t_i^{\bar{k}K}$$

$\bar{T}$ = temps d'appel d'un véhicule qui n'est pas en service

$T^{\bar{K}}$ = temps moyen de réponse sachant que K est la valeur maximale du nombre de véhicules

$$= \sum_{k=1}^{K} q_k^K t^{\bar{k}K} + q_0^K \bar{T}$$

3.2.2 Descriptions des tests et résultats

Pour effectuer ces tests, nous fixons β à $0,1 \times K$, nous considérons que la probabilité d'avoir un nombre de véhicules nul étant donné K véhicules au total est égale à zéro. Le nombre K peut varier de un à dix et le cas M_k^0 décrit dans la première étude est utilisé pour fixer la valeur des M_k.

Nous avons effectué trois series de tests faisant varier les valeurs de λ et $\bar{Z}$ de la manière suivante :

- $\lambda = 3$ et $\bar{Z} = 0,25$,
- $\lambda = 6$ et $\bar{Z} = 0,1$,
- $\lambda = 5$ et $\bar{Z} = 0,2$.

Pour chacune de ces variations, nous avons fait varier la valeur de K.

L'ensemble des résultats pour chaque série de tests se trouve dans les annexes 3, 4 et 5.

3.2.3 Comparaisons des résultats et Conclusions

Nous remarquons pour chaque série de tests que le placement des véhicules reste équivalent lorsque l'on se trouve dans la configuration à k véhicules quand le nombre de véhicules au total K varie entre 10 et 7. Lorsque ce même nombre prend les valeurs 2 et 5, les véhicules ne se placent jamais sur les mêmes sites. Nous en déduisons alors que le sites utilisés sont déjà fixés dés que le nombre K atteint la valeur 7.

	$K=10$	$K=9$	$K=8$	$K=7$	$K=5$	$K=2$
$\lambda=3$ et $\bar{Z}=0,25$	0,975405	0,962566	0,940926	0,905442	0,790252	0,379836
$\lambda=6$ et $\bar{Z}=0,1$	0,977345	0,965846	0,946294	0,913960	0,804605	0,424521
$\lambda=5$ et $\bar{Z}=0,2$	0,971725	0,956358	0,930943	0,890173	0,763992	0,302931

TAB. 3.8 – Comparaison des valeurs optimales obtenues

	$K=10$	$K=9$	$K=8$	$K=7$	$K=5$	$K=2$
$\lambda=3$ et $\bar{Z}=0,25$	4,719698	4,886708	5,619281	5,476119	6,506022	7,584438
$\lambda=6$ et $\bar{Z}=0,1$	4,783011	7,444724	5,070605	5,398915	6,325838	8,362626
$\lambda=5$ et $\bar{Z}=0,2$	4,767120	4,956770	5,223687	16,624898	14,623279	6,422283

TAB. 3.9 – Comparaison des temps moyens de réponse obtenus

Nous observons grâce à ces résultats que moins il y a de véhicules au total plus l'optimisation obtenue diminue et plus le temps moyen de réponse augmente en général.

Lors des différentes séries de tests, la valeur du temps CPU pour $K=10$ est toujours très élevée, et dés que l'on passe à $K=9$ cette valeur diminue fortement pour réaugmenter lorsque K prend de petites valeurs ($K \leq 5$). Les problèmes pour $7 \leq K \leq 9$ sont donc plus faciles à traiter.

Nous observons pour les valeurs de $5 \leq K \leq 9$ que la valeur du temps

	$K = 10$	$K = 9$	$K = 8$	$K = 7$	$K = 5$	$K = 2$
$\lambda = 3$ et $\bar{Z} = 0,25$	56411,13	803,83	804,20	556,03	12537,06	133,89
$\lambda = 6$ et $\bar{Z} = 0,1$	238148,00	1145,35	523,80	456,21	10023,93	24,26
$\lambda = 5$ et $\bar{Z} = 0,2$	76946,23	731,05	525,09	15359,12	13979,19	24,32

TAB. 3.10 – Comparaison des CPU

CPU et la valeur du temps moyen de réponse sont liées. Plus une des deux valeurs sera grande plus l'autre le sera aussi.

Les solutions trouvées en fixant K à 9 sont convenables, en effet le temps CPU est peu élevé, la valeur optimale trouvée est proche d'environ un pourcent de celle trouvée en fixant K à 10 et le temps moyen de réponse est toujours inférieur à 8 minutes (temps maximal pour répondre à un appel).

Conlusion

Mon travail a consisté à rechercher le meilleur plan de positionnement des véhicules médecins dans une ville d'Amérique du Nord tel que Montréal. Les perspectives de ce projet seraient de le relier avec celui des ambulances pour fournir un systèmes préhospitalier d'urgences complets. Mais avant cela quelques améliorations restent à apporter, tel que trouver les valeurs réelles pour chaque q_k et lier l'affectation et le positionnement des véhicules médecins avec les appels.

J'ai particulièrement apprécié ce projet qui m'a permis de découvrir le monde de la recherche ainsi qu'une application concrète de l'informatique. Il m'a permis également de me familiariser au domaine de la recherche opérationnelle avec notamment l'utilisation de Cplex.

Enfin, cette expérience à l'étranger m'a permis de me familiariser avec la culture québécoise et de découvrir ce pays chaleureux.

Annexe1 : Résultats de la première étude et de la première série

Le modèle de localisation des véhicules médecins avec M_k^0 est :

La probabilité que l'ensemble des requêtes soit couvert est de $\boxed{0,756491}$

Le temps CPU est 72676,57 secondes.

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
					8	8	8	8	8	8
								15	15	15
n°						19	19	19	19	19
des									20	20
sites		21	21	21	21	21	21	21	21	21
possédant	29	29	29	29	29	29	29	29	29	29
un			30	30	30	30	30	30	30	30
véhicule							37	37	37	37
				54	54	54	54	54	54	54
										62

TAB. 3.11 – Résultats de Cplex avec Q_k^1 et M_k^0

Le modèle de localisation des véhicules médecins avec M_k^1 est :

La probabilité que l'ensemble des requêtes soit couvert est de $\boxed{0,768467}$

Le temps CPU est 129522,34 secondes.

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
							7	7	7	7
					8	8	8	8	8	8
		10	10	10	10	10	10	10	10	10
			13							
			14	14	14	14				
		16								
n°						19	19	19	19	19
des	29									
sites						31	31	31	31	31
possédant							39	39	39	39
un				40	40					
véhicule										41
				50						
								52	52	52
					54	54	54	54	54	54
									63	63

TAB. 3.12 – Résultats de Cplex avec Q_k^1 et M_k^1

Le modèle de localisation des véhicules médecins avec M_k^2 est :

La probabilité que l'ensemble des requêtes soit couvert est de $\boxed{0,771160}$

Le temps CPU est 5124,22 secondes.

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
									7	7
						8	8	8	8	8
		10	10	10				10		
			13							
			14	14						
		16								
										17
n°					19	19	19	19	19	19
des	29									
sites					31	31	31	31	31	31
possédant					39	39	39	39	39	39
un				40						
véhicule										41
					42	42	42			
									46	
								47		
				50						
							52	52	52	52
					54	54	54	54	54	54
									63	63

TAB. 3.13 – Résultats de Cplex avec Q_k^1 et M_k^2

Le modèle de localisation des véhicules médecins avec M_k^3 est :

La probabilité que l'ensemble des requêtes soit couvert est de $\boxed{0,770839}$

Le temps CPU est 26567,48 secondes.

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
									7	7
						8	8	8	8	8
		10	10	10				10		
			13							
			14	14						
					15					
		16								
										17
n°						19	19	19	19	19
des	29									
sites					30	30				
possédant						31	31	31	31	31
un					35					
véhicule						39	39	39	39	39
				40	40					
										41
							42			
									46	
								47		
							52	52	52	52
				54	54	54	54	54	54	54
									63	63

TAB. 3.14 – Résultats de Cplex avec Q_k^1 et M_k^3

Annexe2 : Résultats de la première étude et de la deuxième série

Le modèle de localisation des véhicules médecins avec M_k^0 est :

La probabilité que l'ensemble des requêtes soit couvert est de $\boxed{0,798507}$

Le temps CPU est 79937,25 secondes.

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
						8	8	8	8	8
							15	15	15	15
n°					19	19	19	19	19	19
des									20	20
sites	29	29	29	29	29	29	29	29	29	29
possédant		30	30	30	30	30	30	30	30	30
un			35	35	35	35	35	35	35	35
véhicule								49	49	49
				54	54	54	54	54	54	54
										62

TAB. 3.15 – Résultats de Cplex avec Q_k^2 et M_k^0

Le modèle de localisation des véhicules médecins avec M_k^1 est :

La probabilité que l'ensemble des requêtes soit couvert est de $\boxed{0{,}808347}$

Le temps CPU est 252924,28 secondes.

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
								7	7	7
						8	8	8	8	8
		10	10	10	10			10	10	10
			13							
			14	14						
		16								
n°					19	19	19	19	19	19
des	29									
sites				31	31	31	31	31	31	31
possédant					39	39	39	39	39	39
un										41
véhicule						42	42			
							52	52	52	52
				54	54	54	54	54	54	54
									63	63

TAB. 3.16 – Résultats de Cplex avec Q_k^2 et M_k^1

Le modèle de localisation des véhicules médecins avec M_k^2 est :

La probabilité que l'ensemble des requêtes soit couvert est de $\boxed{0{,}812430}$

Le temps CPU est 5109,56 secondes.

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
								7	7	7
						8	8	8	8	8
		10	10	10				10		
			13							
			14	14						
		16								
										17
n°					19	19	19	19	19	19
des	29									
sites					31	31	31	31	31	31
possédant					39	39	39	39	39	39
un				40						
véhicule										41
					42	42	42			
									46	
				50						
							52	52	52	52
					54	54	54	54	54	54
									63	63

TAB. 3.17 – Résultats de Cplex avec Q_k^2 et M_k^2

Le modèle de localisation des véhicules médecins avec M_k^3 est :

La probabilité que l'ensemble des requêtes soit couvert est de $\boxed{0{,}812079}$

Le temps CPU est 16747,09 secondes.

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
								7	7	7
						8	8	8	8	8
		10	10	10						
			13							
			14	14						
					15					
		16								
n°						19	19	19	19	19
des	29									
sites					30	30				
possédant						31	31	31	31	31
un					35					
véhicule						39	39	39	39	39
				40	40					
										41
							42			
								46	46	46
							52	52	52	52
				54	54	54	54	54	54	54
									63	63

TAB. 3.18 – Résultats de Cplex avec Q_k^2 et M_k^3

Annexe3 : Résultats de la deuxième étude avec $\lambda = 3$ et $\bar{Z} = 0,25$

Le modèle de localisation des véhicules médecins avec $K = 10$ est :

La probabilité que l'ensemble des requêtes soit couvert est de $\boxed{0,975405}$

Le temps CPU est 56411,13 secondes.

Le temps moyen de réponse est 4,719698 minutes.

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
						8	8	8	8	8
								10	10	10
n°					19	19	19	19	19	19
des			30	30	30	30	30	30	30	30
sites	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
possédant		39	39	39	39	39	39	39	39	39
un										41
véhicule							52	52	52	52
				54	54	54	54	54	54	54
									62	62

TAB. 3.19 – Résultats de Cplex avec $\lambda = 3$, $\bar{Z} = 0,25$ et $K = 10$

Le modèle de localisation des véhicules médecins avec $K = 9$ est :

La probabilité que l'ensemble des requêtes soit couvert est de $\boxed{0,962566}$

Le temps CPU est 803,83 secondes.

Le temps moyen de réponse est 4,886708 minutes.

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9
						8	8	8	8
								10	10
n^o					19	19	19	19	19
des			30	30	30	30	30	30	30
sites	31	31	31	31	31	31	31	31	31
possédant		39	39	39	39	39	39	39	39
un							52	52	52
véhicule				54	54	54	54	54	54
									62

TAB. 3.20 – Résultats de Cplex avec $\lambda = 3, \bar{Z} = 0,25$ et $K = 9$

Le modèle de localisation des véhicules médecins avec $K = 8$ est :

La probabilité que l'ensemble des requêtes soit couvert est de $\boxed{0{,}940926}$

Le temps CPU est 804,20 secondes.

Le temps moyen de réponse est 5,619281 minutes.

k	1	2	3	4	5	6	7	8
						8	8	8
n^o								10
des					19	19	19	19
sites	31	31	31	31	31	31	31	31
possédant		39	39	39	39	39	39	39
un			42	42	42	42	42	42
véhicule							52	52
				54	54	54	54	54

TAB. 3.21 – Résultats de Cplex avec $\lambda = 3$, $\bar{Z} = 0,25$ et $K = 8$

Le modèle de localisation des véhicules médecins avec $K = 7$ est :

La probabilité que l'ensemble des requêtes soit couvert est de $\boxed{0,905442}$

Le temps CPU est 556,03 secondes.

Le temps moyen de réponse est 5,476119 minutes.

k	1	2	3	4	5	6	7
						8	8
n°					19	19	19
des	31	31	31	31	31	31	31
sites		39	39	39	39	39	39
possédant			42	42	42	42	42
un							52
véhicule				54	54	54	54

TAB. 3.22 – Résultats de Cplex avec $\lambda = 3$, $\bar{Z} = 0,25$ et $K = 7$

Le modèle de localisation des véhicules médecins avec $K = 5$ est :

La probabilité que l'ensemble des requêtes soit couvert est de $\boxed{0,790252}$

Le temps CPU est 12537,06 secondes.

Le temps moyen de réponse est 6,506022 minutes.

k	1	2	3	4	5
					8
n° des		10	10	10	10
sites	14	14	14	14	14
possédant			40	40	40
un véhicule				54	54

TAB. 3.23 – Résultats de Cplex avec $\lambda = 3$, $\bar{Z} = 0,25$ et $K = 5$

Le modèle de localisation des véhicules médecins avec $K = 2$ est :

La probabilité que l'ensemble des requêtes soit couvert est de $\boxed{0,379836}$

Le temps CPU est 133,89 secondes.

Le temps moyen de réponse est 7,584438 minutes.

k	1	2
n° des sites	6	6
possédant un véhicule		30

TAB. 3.24 – Résultats de Cplex avec $\lambda = 3$, $\tilde{Z} = 0,25$ et $K = 2$

Annexe4 : Résultats de la deuxième étude avec $\lambda = 6$ et $\bar{Z} = 0,1$

Le modèle de localisation des véhicules médecins avec $K = 10$ est :

La probabilité que l'ensemble des requêtes soit couvert est de $\boxed{0,977345}$

Le temps CPU est 238148,00 secondes.

Le temps moyen de réponse est 4,783011 minutes.

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
			1	1	1	1	1	1	1	1
							7	7	7	7
n°						8	8	8	8	8
des					19	19	19	19	19	19
sites	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
possédant		39	39	39	39	39	39	39	39	39
un										41
véhicule								52	52	52
				54	54	54	54	54	54	54
									62	62

TAB. 3.25 – Résultats de Cplex avec $\lambda = 6$, $\bar{Z} = 0,1$ et $K = 10$

Le modèle de localisation des véhicules médecins avec $K = 9$ est :

La probabilité que l'ensemble des requêtes soit couvert est de $\boxed{0,965846}$

Le temps CPU est 1145,35 secondes.

Le temps moyen de réponse est 7,444724 minutes.

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9
						8	8	8	8
								10	10
n°					19	19	19	19	19
des			30	30	30	30	30	30	30
sites	31	31	31	31	31	31	31	31	31
possédant		39	39	39	39	39	39	39	39
un							52	52	52
véhicule				54	54	54	54	54	54
									62

TAB. 3.26 – Résultats de Cplex avec $\lambda = 6$, $\bar{Z} = 0,1$ et $K = 9$

Le modèle de localisation des véhicules médecins avec $K = 8$ est :

La probabilité que l'ensemble des requêtes soit couvert est de $\boxed{0{,}946294}$

Le temps CPU est 523,80 secondes.

Le temps moyen de réponse est 5,070605 minutes.

k	1	2	3	4	5	6	7	8
						8	8	8
n°								10
des					19	19	19	19
sites	31	31	31	31	31	31	31	31
possédant		39	39	39	39	39	39	39
un			42	42	42	42	42	42
véhicule							52	52
				54	54	54	54	54

TAB. 3.27 – Résultats de Cplex avec $\lambda = 6$, $\bar{Z} = 0,1$ et $K = 8$

Le modèle de localisation des véhicules médecins avec $K = 7$ est :

La probabilité que l'ensemble des requêtes soit couvert est de $\boxed{0{,}913960}$

Le temps CPU est 456,21 secondes.

Le temps moyen de réponse est 5,398915 minutes.

k	1	2	3	4	5	6	7
						8	8
n^o					19	19	19
des	31	31	31	31	31	31	31
sites		39	39	39	39	39	39
possédant			42	42	42	42	42
un							52
véhicule				54	54	54	54

TAB. 3.28 – Résultats de Cplex avec $\lambda = 6$, $\bar{Z} = 0,1$ et $K = 7$

Le modèle de localisation des véhicules médecins avec $K = 5$ est :

La probabilité que l'ensemble des requêtes soit couvert est de $\boxed{0,804605}$

Le temps CPU est 10023,93 secondes.

Le temps moyen de réponse est 6,325838 minutes.

k	1	2	3	4	5
					8
n° des		10	10	10	10
sites	14	14	14	14	14
possédant			40	40	40
un véhicule				54	54

TAB. 3.29 – Résultats de Cplex avec $\lambda = 6$, $\bar{Z} = 0,1$ et $K = 5$

Le modèle de localisation des véhicules médecins avec $K = 2$ est :

La probabilité que l'ensemble des requêtes soit couvert est de $\boxed{0{,}424521}$

Le temps CPU est 24,26 secondes.

Le temps moyen de réponse est 8,362626 minutes.

k	1	2
n° des sites		10
possédant un véhicule	16	16

TAB. 3.30 – Résultats de Cplex avec $\lambda = 6$, $\bar{Z} = 0,1$ et $K = 2$

Annexe5 : Résultats de la deuxième étude avec $\lambda = 5$ et $\bar{Z} = 0,2$

Le modèle de localisation des véhicules médecins avec $K = 10$ est :

La probabilité que l'ensemble des requêtes soit couvert est de $\boxed{0,971725}$

Le temps CPU est 76946,23 secondes.

Le temps moyen de réponse est 4,767120 minutes.

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
						8	8	8	8	8
								10	10	10
n°					19	19	19	19	19	19
des			30	30	30	30	30	30	30	30
sites	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
possédant		39	39	39	39	39	39	39	39	39
un										41
véhicule							52	52	52	52
				54	54	54	54	54	54	54
									62	62

TAB. 3.31 – Résultats de Cplex avec $\lambda = 5$, $\bar{Z} = 0,2$ et $K = 10$

Le modèle de localisation des véhicules médecins avec $K = 9$ est :

La probabilité que l'ensemble des requêtes soit couvert est de $\boxed{0,956358}$

Le temps CPU est 731,05 secondes.

Le temps moyen de réponse est 4,956770 minutes.

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9
						8	8	8	8
								10	10
n°					19	19	19	19	19
des			30	30	30	30	30	30	30
sites	31	31	31	31	31	31	31	31	31
possédant		39	39	39	39	39	39	39	39
un							52	52	52
véhicule				54	54	54	54	54	54
									62

TAB. 3.32 – Résultats de Cplex avec $\lambda = 5$, $\bar{Z} = 0,2$ et $K = 9$

Le modèle de localisation des véhicules médecins avec $K = 8$ est :

La probabilité que l'ensemble des requêtes soit couvert est de $\boxed{0{,}930943}$

Le temps CPU est 525,09 secondes.

Le temps moyen de réponse est 5,223687 minutes.

k	1	2	3	4	5	6	7	8
						8	8	8
n^o								10
des					19	19	19	19
sites	31	31	31	31	31	31	31	31
possédant		39	39	39	39	39	39	39
un			42	42	42	42	42	42
véhicule							52	52
				54	54	54	54	54

TAB. 3.33 – Résultats de Cplex avec $\lambda = 5$, $\bar{Z} = 0,2$ et $K = 8$

Le modèle de localisation des véhicules médecins avec $K = 7$ est :

La probabilité que l'ensemble des requêtes soit couvert est de $\boxed{0,890173}$

Le temps CPU est 15359,12 secondes.

Le temps moyen de réponse est 12,624898 minutes.

k	1	2	3	4	5	6	7
						8	8
n°					19	19	19
des	31	31	31	31	31	31	31
sites		39	39	39	39	39	39
possédant			42	42	42	42	42
un							52
véhicule				54	54	54	54

TAB. 3.34 – Résultats de Cplex avec $\lambda = 5$, $\bar{Z} = 0,2$ et $K = 7$

Le modèle de localisation des véhicules médecins avec $K = 5$ est :

La probabilité que l'ensemble des requêtes soit couvert est de $\boxed{0,763992}$

Le temps CPU est 13979,19 secondes.

Le temps moyen de réponse est 14,623279 minutes.

k	1	2	3	4	5
					8
n° des		10	10	10	10
sites	14	14	14	14	14
possédant			40	40	40
un véhicule				54	54

TAB. 3.35 – Résultats de Cplex avec $\lambda = 5$, $\bar{Z} = 0,2$ et $K = 5$

Le modèle de localisation des véhicules médecins avec $K = 2$ est :

La probabilité que l'ensemble des requêtes soit couvert est de $\boxed{0{,}302931}$

Le temps CPU est 24,32 secondes.

Le temps moyen de réponse est 6,422283 minutes.

k	1	2
n° des sites		21
possédant un véhicule	28	28

TAB. 3.36 – Résultats de Cplex avec $\lambda = 5$, $\bar{Z} = 0,2$ et $K = 2$

Bibliographie

[1] Luce Brotcorne, Lambert Farand, Gilbert Laporte, Frédéric Semet, 1999. Impacts des nouvelles technologies de l'information sur la gestion des systèmes de véhicules d'urgence. *Ruptures, revue transdisciplinaire en santé, Vol. 6,No. 2, pp. 149-168*

[2] Luce Brotcorne, Gilbert Laporte, Frédéric Semet, Octobre 2000. Ambulance Location and Relocation Models. *Les cahiers du GERAD*

[3] Church, R.L., ReVelle, C.S., 1974. The Maximal Covering Location Problem. *Papers of the regional Science Association*

[4] Francis, R.L., Lowe, T.J., Tamir, A., 2000. Aggregation Error Bounds for a Class of Location Models. *Operations Research*

[5] Michel Gendreau, Gilbert Laporte, Frédéric Semet, Mai 2000. A Dynamic Model and Parallel Tabu Search Heuristic for Real-time Ambulance Relocation. *Publications du C.R.T., CRT-2000-17*

[6] Michel Gendreau, Gilbert Laporte, Frédéric Semet, 1997. Solving an Ambulance Location Model by Tabu Search.*Location Science, Vol. 9,No. 2, pp.75-88*

[7] Toregas, C.R., Swain, R., ReVelle, C.S., Bergman, L., 1971. The Location of Emergency Service Facilities. *Operations Research*